

Tsun-Zu (Autor de la primera prueba de la existencia del Teorema Chino del Resto)

TEOREMA CHINO DEL RESTO

Tarea Evaluativo - Alejandro Gómez Amaro

**Índice**

Enunciado del trabajo pág. 3

Explicación Teorema Chino del Resto pág. 4

Ejemplo para resolver congruencias pág. 5

Resolución ejercicio 2 (Aritmética modular) pág. 6

Bibliografía pág. 7

**Enunciado**

Un sistema de congruencias lineales es un sistema de la forma

El Teorema Chino del Resto es un resultado de la aritmética modular que permite resolver sistemas de congruencias lineales.

1. Enuncie el Teorema Chino del Resto y exponga, a través de un ejemplo, un procedimiento (basado en el teorema) para resolver un sistema de congruencias lineales.
2. Resuelve, usando aritmética modular, el siguiente problema:

Un juego especial de naipes se compone de n cartas. Si se distribuye equitativamente entre 7 jugadores queda una carta. Si se distribuye equitativamente entre 11 jugadores quedan 10 cartas. ¿Cuáles son los posibles valores de n? ¿Cuál es la mínima cantidad de cartas que tiene el juego de naipes?

1. **Enuncie el Teorema Chino del Resto y exponga, a través de un ejemplo, un procedimiento (basado en el teorema) para resolver un sistema de congruencias lineales.**

Antes de explicar el teorema Chino del Resto quiero dar un encuadre histórico sobre él. La primera referencia que existe de dicho teorema data del siglo III d.C., exactamente en un libro del matemático chino Tsun-Zu (o Sun-Tzu):

*“Hay cosas cuyo número se desconoce. Si las contamos de tres en tres nos sobran 2; si las contamos de cinco en cinco nos sobran tres; y si las contamos de siete en siete nos sobran 2. ¿Cuántas cosas hay?”*

Tsun-Zu da la demostración de que el problema tiene solución, pero no tiene los medios suficientes para poder resolverlo.

En el siglo VI, el matemático hindú Aryabhata consigue resolverlo. En occidente tuvimos que esperar a que Leonardo de Pisa (Fibonacci) lo incluyese unos siglos más tarde en su obra en su obra Liber Abaci (El libro del ábaco*)*.

Este teorema Chino del Resto dice:

Dados y k números naturales tal que para , o lo que es lo mismo, que y son primos entre sí.

Y dado también que obtenemos las siguientes k ecuaciones congruentes:

Que por comodidad enunciaremos de forma que:

para .

Este sistema tendrá solución.

Se puede resolver siguiendo los siguientes pasos:

Sea que al ser primos entre sí coincide con el m.c.m., obtenemos:

para .

Como , existe en de donde obtenemos:

Finalmente, definimos el número entero x:

EJEMPLO: Dadas las siguientes ecuaciones congruentes:

Antes de aplicar el teorema chino del resto obtenemos los siguientes datos:

Para resolver las ecuaciones obtenemos despejando las siguientes fórmulas:

Continuamos obteniendo las inversas de :

Y como último paso antes de despejar obtenemos :

La solución x será:

Teniendo como resultado general

1. **Resuelve, usando aritmética modular, el siguiente problema:**

**Un juego especial de naipes se compone de n cartas. Si se distribuye equitativamente entre 7 jugadores queda una carta. Si se distribuye equitativamente entre 11 jugadores quedan 10 cartas. ¿Cuáles son los posibles valores de n? ¿Cuál es la mínima cantidad de cartas que tiene el juego de naipes?**

Tras leer el enunciado planteamos las ecuaciones congruentes:

Antes de aplicar el teorema chino del resto obtenemos los siguientes datos:

Para resolver las ecuaciones obtenemos despejando las siguientes fórmulas:

Continuamos obteniendo las inversas de :

Y como último paso antes de despejar obtenemos :

La solución x será:

Es decir, tendremos un resultado general .

De donde obtenemos que la cantidad mínima de naipes es .

**Bibliografía**

- [Universidad Complutense de Madrid](https://blogs.mat.ucm.es/cruizb/wp-content/uploads/sites/48/2019/07/Z-Congruencias-7.pdf)

- [Trabajo de Fin de Grado de Diego Munuera Merayo (UVa)](https://uvadoc.uva.es/handle/10324/43950?show)

- [University of Tennessee](https://web.math.utk.edu/~cartwright/iaawa/section-chinese-remainder.html)

- [University of Illinois](https://homepages.math.uic.edu/~leon/mcs425-s08/handouts/chinese_remainder.pdf)